

数学Ⅱ・数学B

[2]  $0 \leq \alpha \leq \pi$ として

$$\sin \alpha = \cos 2\beta$$

を満たす  $\beta$  について考えよう。ただし、 $0 \leq \beta \leq \pi$ とする。

たとえば、 $\alpha = \frac{\pi}{6}$  のとき、 $\beta$  のとり得る値は  $\frac{\pi}{\text{シ}}$  と  $\frac{\text{ス}}{\text{シ}}\pi$  の

二つである。

このように、 $\alpha$  の各値に対して、 $\beta$  のとり得る値は二つある。そのうちの小さい方を  $\beta_1$ 、大きい方を  $\beta_2$  とし

$$y = \sin\left(\alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3}\right)$$

が最大となる  $\alpha$  の値とそのときの  $y$  の値を求めよう。

$\beta_1, \beta_2$  を  $\alpha$  を用いて表すと、 $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$  のときは

$$\beta_1 = \frac{\pi}{\text{セ}} - \frac{\alpha}{\text{ソ}}, \quad \beta_2 = \frac{\text{タ}}{\text{セ}}\pi + \frac{\alpha}{\text{ソ}}$$

となり、 $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$  のときは

$$\beta_1 = -\frac{\pi}{\text{チ}} + \frac{\alpha}{\text{ツ}}, \quad \beta_2 = \frac{\text{テ}}{\text{チ}}\pi - \frac{\alpha}{\text{ツ}}$$

となる。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

したがって、 $\alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3}$  のとり得る値の範囲は

$$\frac{\text{ト}}{\text{ナ}}\pi \leq \alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3} \leq \frac{\text{ニヌ}}{\text{ネ}}\pi$$

である。よって、 $y$  が最大となる  $\alpha$  の値は  $\frac{\text{ノ}}{\text{ハヒ}}\pi$  であり、そのときの

$y$  の値は  $\text{フ}$  であることがわかる。 $\text{フ}$  に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$