

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 O を原点とする座標平面において、点 $P(p, q)$ を中心とする円 C が、方程式 $y = \frac{4}{3}x$ で表される直線 ℓ に接しているとする。

(1) 円 C の半径 r を求めよう。
点 P を通り直線 ℓ に垂直な直線の方程式は

$$y = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}(x - p) + q$$

なので、 P から ℓ に引いた垂線と ℓ の交点 Q の座標は

$$\left(\frac{3}{25}\left(\boxed{\text{ウ}}p + \boxed{\text{エ}}q\right), \quad \frac{4}{25}\left(\boxed{\text{ウ}}p + \boxed{\text{エ}}q\right)\right)$$

となる。

求める C の半径 r は、 P と ℓ の距離 PQ に等しいので

$$r = \frac{1}{5}\left|\boxed{\text{オ}}p - \boxed{\text{カ}}q\right| \qquad \qquad \qquad \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

である。
(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2) 円 C が、 x 軸に接し、点 $R(2, 2)$ を通る場合を考える。このとき、 $p > 0, q > 0$ である。 C の方程式を求めよう。

C は x 軸に接するので、 C の半径 r は q に等しい。したがって、①によ

り、 $p = \boxed{\text{キ}}q$ である。

C は点 R を通るので、求める C の方程式は

$$\left(x - \boxed{\text{ク}}\right)^2 + \left(y - \boxed{\text{ケ}}\right)^2 = \boxed{\text{コ}} \qquad \cdots \cdots \cdots \text{②}$$

または

$$\left(x - \boxed{\text{サ}}\right)^2 + \left(y - \boxed{\text{シ}}\right)^2 = \boxed{\text{ス}} \qquad \cdots \cdots \cdots \text{③}$$

であることがわかる。ただし、 $\boxed{\text{コ}} < \boxed{\text{ス}}$ とする。

(3) 方程式②の表す円の中心を S 、方程式③の表す円の中心を T とおくと、直線 ST は原点 O を通り、点 O は線分 ST を $\boxed{\text{セ}}$ する。 $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 1：1に内分
- ② 1：2に内分
- ③ 2：1に内分
- ④ 1：1に外分
- ⑤ 1：2に外分
- ⑥ 2：1に外分

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)